

○ 定数係数線形方程式の場合、 $[1] \sim [3]$  は

微分演算子  $D = \frac{d}{dx}$  を利用して形式的に計算する方法もある。

$$x' = \frac{d}{dx} x = Dx, \quad y' = \frac{d}{dx} y = Dy$$

↑  
必ず左向きに

$$(D+3)x = Dx + 3x = x' + 3x$$

$$(D^2 - 5D + 6)x = D^2x - 5Dx + 6x = x'' - 5x' + 6x$$

の対応を見ることが出来る。  $(D^2x = D(Dx) = Dx' = x'')$

$$\begin{cases} x' + y' - 6x = e^x \\ y' - 5x + 2y = e^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Dx + Dy - 6x = e^x \\ Dy - 5x + 2y = e^x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (D-6)x + Dy = e^x & \text{--- (P)} \\ -5x + (D-2)y = e^x & \text{--- (Q)} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (D+2) \times (P) & \dots (D+2)(D-6)x + (D+2)Dy = (D+2)e^x \\ D \times (Q) & \dots D(-5x) + D(D-2)y = De^x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{-2} \underbrace{(D^2 - 4D - 12 + 5D)x}_{D^2 + D - 12} = 2e^x \end{aligned}$$

$$\therefore x'' + x - 12x = 2e^x$$

ただし、こゝからでまうためには

$$\begin{cases} \circ (D+2)(D-6)x = (D^2 - 4D - 12)x & \text{(展開)} \\ \circ (D+2)Dy = D(D+2)y & \text{(交換)} \end{cases}$$

が、いさゝかあき

○ 一般に、定数  $a, b$  に対して

$$\begin{aligned} (D+a)(D+b)f &= (D+b)(D+a)f \\ &= \{D^2 + (a+b)D + ab\}f \end{aligned}$$

$$\textcircled{1} (D+a)(D+b)f = (D+a)(D+b)f$$

(元々ほ とういう意味)

$$= (D+a)(f' + bf)$$

$$= D(f' + bf) + a(f' + bf)$$

$$= (f'' + bf') + a(f' + bf)$$

$$= f'' + bf' + af' + abf$$

$$= \{D^2 + (a+b)D + ab\}f$$

$$(D+b)(D+a)f = \text{〃} \text{ も同様} //$$

○ 一般に定数係数の多項式  $F(x), G(x)$  に対して

$$H(x) = F(x)G(x) \text{ とおくと}$$

$$\underline{F(D)G(D)f = G(D)F(D)f = H(D)f}$$

よ、定数係数、線形、でよければ、形式的に

係数分を  $D$  で置きかえて代数演算が可能になる

(→ 演算子法)