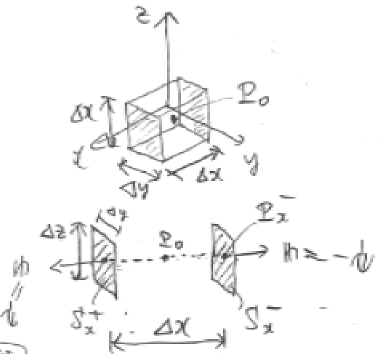
◎"発散"の物理的意味　(P70〜72)

$\left\{\begin{array}{l} \Delta V = P_0 \text{を含む小さい立体} \\ n = \Delta V \text{の表面}(\Delta S)\text{の外向き単位法ベクトル} \\ A = \text{流体の速度} \end{array}\right.$

$B = \int_{\Delta S} A \circ n\, dS$ = ΔSの表面から外に向かって流れ出る流体の体積（1秒あたり）(P62)

(n)

- 小直方体では（$\Delta x \doteqdot 0, \Delta y \doteqdot 0, \Delta z \doteqdot 0$）
yz平面に平行な面で考えると



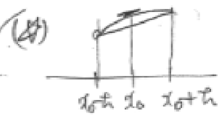
$\int_{S_x^+} A \circ n\, dS + \int_{S_x^-} A \circ n\, dS$

$\doteqdot A(P_x^+) \circ i\, \Delta y \Delta z + A(P_x^-) \circ (-i)\, \underbrace{\Delta y \Delta z}_{\text{面積}}$

$= \{A_x(P_x^+) - A_x(P_x^-)\} \Delta y \Delta z$

(※) $\doteqdot \Delta x \dfrac{\partial A_x}{\partial x}(P_0) \Delta y \Delta z = \dfrac{\partial A_x}{\partial x}(P_0)\, \underbrace{\Delta V}_{\text{体積}}$

（※



$\dfrac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h} \doteqdot f'(x_0)$

⇓

$f(x_0+h) - f(x_0-h) \doteqdot 2h f'(x_0)$ ）

同様にzx平面，xy平面に平行な積分は

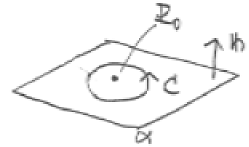
それぞれ $\dfrac{\partial A_y}{\partial y}(P_0)\Delta V$，$\dfrac{\partial A_z}{\partial z}(P_0)\Delta V$ に

ほぼ等しく，合計 $B \doteqdot \underline{(\nabla \circ A)(P_0)\Delta V}$ となる

- 一般に $(\nabla \circ A)(P_0) = \lim_{\Delta V \to 0} \dfrac{1}{\Delta V} \int_{\Delta S} A \circ n\, dS$　(P72 (5.8))

= 単位体積あたりに，流体が P_0 から外に流れ出る量（湧き出し）

◎"回転"の物理的意味　(P78〜80)

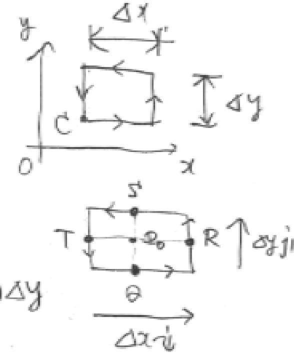


$\left\{\begin{array}{l} F = \text{力のベクトル場} \\ n = \text{平面}\alpha\text{の単位法ベクトル} \\ C = P_0\text{を囲む}\alpha\text{上の閉曲線} \\ \quad (\text{向きは}C\text{の向きに右ねじを回すと}n\text{の方に進む}) \end{array}\right.$

- $I_C = \int_C F \circ dr$ = F の C 上の循環 (circulation) (P116)

= Cに沿って物が動くとき F がそれにした仕事量 (P52)

- xy平面の小長方形（$\Delta x \doteqdot 0, \Delta y \doteqdot 0, n = k$）では



$I_C \doteqdot F(Q) \circ (\Delta x i) + F(R) \circ (\Delta y j)$
$\quad + F(S) \circ (-\Delta x i) + F(T) \circ (-\Delta y j)$

$= (F_x(Q) - F_x(S))\Delta x + (F_y(R) - F_y(T))\Delta y$

(※) $\doteqdot -\Delta y \dfrac{\partial F_x}{\partial y}(P_0)\Delta x + \Delta x \dfrac{\partial F_y}{\partial x}(P_0)\Delta y$

$= (\nabla \times F)(P_0) \circ n \cdot \Delta S$　（$\Delta S = \Delta x \Delta y$ 面積，$n = k = (0,0,1)$）

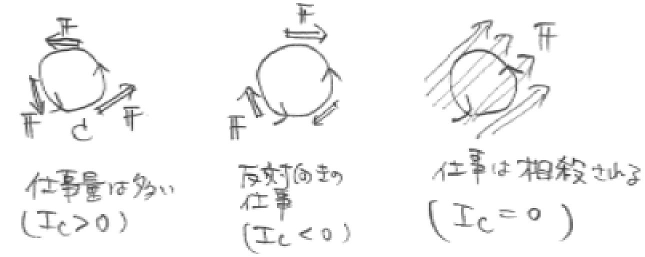
- 一般に

$(\nabla \times F)(P_0) \circ \underset{\sim}{n} = \lim_{\Delta S \to 0} \dfrac{1}{\Delta S} I_C$　(P80 (6.5))

ΔS：Cが囲む部分の面積

n：回転のn方向の成分

= 単位面積あたりの Cに沿うFの仕事量



FがP_0で（nに垂直な面で）回転成分をもつかどうか