

○ 単位法ベクトル (S: $r = r(u, v)$)

$\frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v}$ とも表わす

$$n = \pm \frac{\frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v}}{\left| \frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v} \right|} \quad \text{--- (4.1)'}$$

は S の 単位法ベクトル

≒ 1. 通常の100x100では、ほとんど必ず29点で

$\frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v}$ の向き (正確に曲面に等しい)

2. 教科書では (4.1)' の + を n (p58 (4.1)), - を n' (p59) としいるが、 n の向きは通常100x100では無関係に S に指定するが、(4.1)' の方に n を決めればまじはななく、(4.1)' の方に適切な符号を添ふべき。

○ 面積素

$\cdot dS = \text{面積素} = \left| \frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v} \right| du dv \quad \text{--- (4.2)'}$

= 「 u, v が du, dv だけ微小に変化した際に

n が動く S 上の領域の面積」 $n(P)$ $n(Q)$



・ S の法線方向に向きを決め、その向きの単位法ベクトルを $n = n(P)$ とする (p58) とす、
とす、

$dS = \text{ベクトル面積素} = \overbrace{\left| \frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v} \right| du dv}^{\text{定義}} \leftarrow (4.1)', (4.2)' \text{ を代入}$

= $\pm \frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v} du dv \quad \text{--- (4.3)'}$

$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v} \text{ と } n \text{ が " 同方向 } \Rightarrow + \\ \text{" " " 逆方向 } \Rightarrow - \end{array} \right.$

○ 面積分

$\int_S \phi ds = \text{スカラー場 } \phi \text{ の } S \text{ 上での面積分}$

$\equiv \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^k \phi(P_i) \Delta S_i \quad \text{--- (4.6)}$

S: $r = r(u, v) = \overline{OP(u, v)}$

$(u, v) \in D$

の区間 D を基底に作り

$D = \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^k \phi(P(u_i, v_i)) \Delta S_i$

$(\Delta S_i \div \left| \frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v} (u_i, v_i) \right| \Delta u_i \Delta v_i)$

= $\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^k \phi(P(u_i, v_i)) \left| \frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v} (u_i, v_i) \right| \Delta u_i \Delta v_i$

= $\iint_D \phi(P(u, v)) \left| \frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v} \right| du dv \quad \text{--- (4.4)}$

(100x100 による計算式)

$\int_S \phi ndS, \int_S A \cdot n dS, \int_S A \times n dS, \int_S A \times n dS$ 等も同様。例として

$\int_S A \cdot n dS = \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^k A(P_i) \cdot n(P_i) \Delta S_i$

= $\iint_D A(P(u, v)) \cdot \left(\pm \frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v} \right) du dv \quad \text{--- (4.3)'}$

具体的な計算は (4.2)', (4.3)' を用いて面積分に直して計算すればよい。

