2002 年 8 月 26 日

2004 年 応用数理 A 期末試験の答案について

新潟工科大学 情報電子工学科 竹野茂治

はじめに

後期試験を採点してみて、いくつか注意すべき間違いに気がついたのでここで紹介する。

[2](a)

まずは前半の説明部分の「ベクトルポテンシャルについて簡単に説明し」について。なぜか

> $\boldsymbol{A} = \nabla \times \boldsymbol{p}$ のとき、「$\boldsymbol{A}$ はベクトルポテンシャルを持つという」

という説明がかなり多かった。しかし、これは直接はベクトルポテンシャルの説明にはなっていない。ベクトルポテンシャルの説明をするのならば

> $\boldsymbol{A} = \nabla \times \boldsymbol{p}$ のとき、$\boldsymbol{p}$ を $\boldsymbol{A}$ のベクトルポテンシャルという

とすべきだろう。

このような答案を見ると、単に「ベクトルポテンシャル」というキーワードで本を探し、そこに見つかったものを単純に書き移したと見れる。つまりあらかじめ勉強しておらず、その場で調べただけ。ベクトルポテンシャルが何であるのかを全く理解していない、あるいは論理的な文章を書く能力がない、と読み取れる。

また、後半の $p(z)$ を求める問題の方であるが、それは正しくは

> $\boldsymbol{A}$ がベクトルポテンシャルを持つならば $\nabla \cdot \boldsymbol{A} = 0$ なので $\nabla \cdot \boldsymbol{A}$ を計算してその式 $= 0$ という方程式から導く

という方法で求めるのであるが、これもなぜか

> 「$\nabla \cdot \boldsymbol{A} = 0$ ならば $\boldsymbol{A}$ はベクトルポテンシャルを持つので」$\nabla \cdot \boldsymbol{A}$ を計算してその式 $= 0$ という方程式から導く

という書き方をしている答案が多かった。これも論理的におかしい。確かに、ある場合にはかぎかっこの部分、すなわち逆の命題も成り立つのであるが、その理屈から $\nabla \cdot \boldsymbol{A} = 0$ を計算するのはおかしい。その場合には単に一例としての $p(z)$ を計算しているに過ぎないことになる。

このような答案を見ると、単に答案のパターンとしてしか文章を書いておらず、論理的にものを考えることができるのか疑問を感じる。

[2](b)

この問題の答案は、ほぼ壊滅的であった。

$\partial(-\phi f'(x))/\partial y = 0$ などとしているもの、なぜか ϕ の 2 階微分が出てくるもの、$\phi \nabla \times \boldsymbol{A} = \nabla\phi \times \boldsymbol{A}$ などとするもの、などの奇妙な計算をし、単に無理矢理つじつまを合わせて両辺を等しくしている答案が多く見られた。

また、正答に近い答案でも、この問題のもっとも大事なところ、すなわち

$$\frac{\partial}{\partial y}(\phi f'(x)) = \frac{\partial \phi}{\partial y} f'(x)$$

を書かずに省略しているものが見られた (これがないものは減点した)。

[1] の問題の基本的な計算ができているものにもそのようなおかしな計算が見られたが、それらを見ると、本当に計算方法が身についているわけではなく、本に載っているような単純な問題だけはそれをまねてやっているだけで、正しい計算の仕方をまるで理解していない、そして誤った自分の計算がどこが間違っているのかすら分からない、という状態であると考えられる。そのような回答者の大半は試験のための勉強をせず、その場で始めて教科書やノートを開いたような程度の理解なのであろう。

無理矢理つじつまを合わせる、ということについても、例えば途中で計算ミスや小さな勘違いを犯した場合でも、無理矢理おかしな論理、おかしな変形を用いて等号を示した答案と、正しい論理、正しい変形を用いて等号にならなかった答案ではどちらに高い得点を与えるかは明らかであろう。無理矢理つじつまを合わせてもよい、という姿勢に、工学者としての資質に疑問を感じざるを得ない。

[3](b)

二重積分を累次積分に直して計算するところで、

$$\int_1^2 \int_0^1 (\ldots) du dv = \int_0^1 [\ldots]_{u=1}^{u=2} dv$$

のように書いている答案がかなりあった。これは累次積分の書き方が逆で、

$$\int_0^1 \int_1^2 (\ldots) du dv = \int_0^1 [\ldots]_{u=1}^{u=2} dv$$

と書くべきである。インテグラルと du, dv の対応は、内側は内側、外側は外側に対応する。そのようになっているのにはちゃんと理由があり、元々累次積分の

$$\int_a^b \int_c^d f(x,y) dx dy$$

という書き方は、

$$\int_a^b \left\{ \int_c^d f(x,y) dx \right\} dy$$

の中カッコを省略した書き方であり、そこからこのような対応規則が定められている。

なお、数学ではそのような「カッコを省略した」書き方、というものが色々あり、例えば 2 階微分の y'' は $(y')'$ のカッコを省略したものだし、d^2y/dx^2 という記号も、分子と分母で 2 のつく場所が違っているのは、元々この記法が

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

のカッコを省略してできた記法であるためで、そうすると分子は d が 2 つ、分母は dx が 2 つの積であるように見える、というところから来ているためである。z を x,y の順に 2 回微分したものは、z_{xy} と書いたり $\partial^2 z/\partial y \partial x$ と書いたりするが、この x,y の順序が逆になるのも同じ理由、すなわちカッコを省略した書き方である、というところから来ている。

最後に

他にも基本的な注意すべき間違いがたくさんあった。本当ならば答案を返却して、自らの答案の書き方、計算の仕方の間違いを知り、それを自分の中で修正してもらう、あるいは講義でそれらの間違いを説明し、正しい計算方法を身につけてもらいたいところであるが、自分の計算に自身がない人、あるいは思い当たる節のある人は、とりあえずは複数人で計算を突き合わせるなどをして、自分の計算の進め方に間違いがないかを確認してもらいたいと思う。