## 基礎数理 III 基礎復習問題 第 13 回

正答例

- 2 次の行列式: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$
- 3 次の行列式: (1) 1 列目で 2 次の行列式 3 つを使って展開 (定義)、 (2) サラス–関の方法
- 4 次の行列式: (1) 1 列目で 3 次の行列式 4 つを使って展開 (定義)、 ((2) 基本変形 + 展開)
- 行列式の性質 ($A$, $B$: $n$ 次正方行列、$c$: スカラー):
  $|{}^tA| = |A|$, $|cA| = c^n|A|$
  3 次元の列ベクトル $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ に対して、$(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) = |\boldsymbol{a}\ \boldsymbol{b}\ \boldsymbol{c}| = \pm$(平行六面体の体積) (三重積)
  (注意: $|A+B| \neq |A| + |B|$, $c|A| \neq |cA|$)

[1] 次の 3 つのベクトルが作る平行六面体の体積 $V$ を求めよ。

三重積の絶対値

行列式

(1) $\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$|\boldsymbol{a}\ \boldsymbol{b}\ \boldsymbol{c}| = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & -5 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -1 + \overset{-37}{(-36)} + \overset{-47}{(-10)} \overset{-50}{-\,3} - (-6) - 20 = -70 + 6$$
$$= -64$$

$\therefore\ V = 64$

負なので $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ は左手系

[2] 次の 4 次の行列式を、定義通りに展開して計算せよ。

(2) $$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = +1 \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 4 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} - 0 + (-2) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} - 0$$

← 3次はサラス

$$= 1(0+0+0-0-(-16)-0) - 2(0+(-4)+0-0-0-0)$$
$$= 16 + 8 = \underline{24}$$

(3) $$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & -3 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = +3 \begin{vmatrix} 4 & -2 & 5 \\ 0 & -3 & 8 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} - 0 + 0 - 0$$

← 3次はサラス

$$= 3 \cdot (12+0+0-0-0-0) = \underline{36}$$

対角成分の積

(三角行列の場合)

| 正答数 | | 時間 | | : | |
|---|---|---|---|---|---|