基礎数理 III 基礎復習問題 第 12 回

正答例

- 2 次の行列式: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$
- 3 次の行列式: $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = +a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}$ (定義)

  $= +a_1b_2c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_1b_3c_2 - a_2b_1c_3 - a_3b_2c_1$ (サラス–関の方法)
- 3 次元の列ベクトル $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ に対して、$(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) = |\boldsymbol{a}\ \boldsymbol{b}\ \boldsymbol{c}|$ (三重積 = 行列式)

[1] 次の行列式を計算せよ (3 問)。

(1) $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 9 \end{vmatrix} = 27 - 20 = \underline{7}$

(2) $\left| -3 \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \right|$ ← 先に行列の−3倍

$\neq -3 \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$

$= \left| \begin{bmatrix} -3 & -12 \\ -6 & 9 \end{bmatrix} \right| = -27 - 72 = \underline{-99}$

(実は $\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$ の9倍)

先に行列の差

(3) $\left| \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \right|$

$= \left| \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 5 & -4 \end{bmatrix} \right| = 4 - 20 = \underline{-16}$

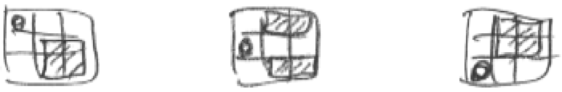
(4) $\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}$ ← 行列式の差

$= (-3 - 8) - (2 - 0) = \underline{-13}$

(3) ≠ (4)

[2] 次の 3 次の行列式を、定義通りに展開して計算せよ (1 問)。

(5) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{vmatrix} = +3 \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}$



$= 3(0 - (-8)) - (-3 - 0) + 5(4 - 0) = 24 + 3 + 20 = \underline{47}$

[3] 次の行列式をサラス–関の方法で計算せよ。

(6) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & -3 \end{vmatrix}$

−24, −3, 0 (−)　20, 0, 0 (+)

$= +0 + 20 + 0 - (-24) - (-3) - 0$

$= 20 + 24 + 3 = \underline{47}$

(実は(5)の転置の行列式)

(7) $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 0 & 7 & -6 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$

0, 0, 0　0, 0, −56

$= +0 + 0 + (-56) - 0 - 0 - 0$

$= \underline{-56}$

(三角行列の行列式)

正答数 [ ]　時間 [ ] : [ ]