

正答例

基礎数理 III 基礎復習問題 第 7 回

- 行列 A の (i, j) 成分 = i 行目 (上から i 番目)、 j 列目 (左から j 番目) の成分
- $n \times m$ 行列 = n 行 (縦の幅が n)、 m 列 (横の幅が m) の行列
- 零行列 O = 成分が全部 0、 n 次単位行列 E_n = 対角成分が 1 であとは 0 の $n \times n$ 行列
- 行列の相等: $A = B \iff A, B$ のサイズが同じで対応する成分がすべて等しい
- 行列の和、差 (サイズが同じ行列同士のみ) = 対応する成分同士の和、差
- 行列のスカラー倍 $cA = A$ のすべての成分を c 倍 (c : スカラー)

[1] 次の行列を書け。

(1) 3×2 行列の零行列 O

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{3行 2列}$$

(2) 3 次の単位行列 E

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{対角成分が 1}$$

(3) $a_{ij} = ij$ である 2×2 行列 $A = [a_{ij}]$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} a_{12} \\ a_{22} = 2 \times 2 = 4 \end{matrix}$$

(4) $a_{ij} = 2j - i$ である 2×3 行列 $A = [a_{ij}]$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} a_{11} = 2 - 1 = 1 \\ a_{12} = 4 - 1 = 3 \\ a_{13} = 6 - 1 = 5 \\ a_{21} = 2 - 2 = 0 \\ a_{22} = 4 - 2 = 2 \\ a_{23} = 6 - 2 = 4 \end{matrix}$$

[2] $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} x & 3 \\ y & z \end{bmatrix}$ に対し、次のものを求めよ。

(5) $A + B$

$$= \begin{bmatrix} 2-3 & -1+0 \\ 4+4 & 3-7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 8 & -4 \end{bmatrix}$$

(6) $B - A$

$$= \begin{bmatrix} -3-2 & 0+1 \\ 4-4 & -7-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 0 & -10 \end{bmatrix}$$

(7) $-6B = \begin{bmatrix} 18 & 0 \\ -24 & 42 \end{bmatrix}$

(8) $C = kA$ となる k, x, y, z

$$\begin{bmatrix} x & 3 \\ y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2k & -k \\ 4k & 3k \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \begin{cases} x = 2k, & 3 = -k \\ y = 4k, & z = 3k \end{cases}$$

展開, 移項など

$$\therefore k = -3, \quad x = 2k = -6, \quad y = 4k = -12, \quad z = 3k = -9$$

(9) $3(X - A) = 2(2X - B)$ となる X

$$3X - 3A = 4X - 2B$$

$$-X = 3A - 2B$$

$$X = -3A + 2B = \begin{bmatrix} -6 & 3 \\ -12 & -9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 0 \\ 8 & -14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 & 3 \\ -4 & -23 \end{bmatrix}$$

正答数

時間