

基礎数理 III 基礎復習問題 第 5 回

● 外積の図形的性質 (定義):

○  $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = a, b$  が作る平行四辺形の面積  $= |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \sin \theta$

○  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} \perp \mathbf{a}, \mathbf{a} \times \mathbf{b} \perp \mathbf{b}$  で、 $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  と  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  はこの順に右手系

● 成分計算:  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{bmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{bmatrix}$

● 基本性質:  $\begin{cases} \mathbf{a} \times \mathbf{a} = \mathbf{0}, & \mathbf{b} \times \mathbf{a} = -\mathbf{a} \times \mathbf{b}, & (k\mathbf{a}) \times \mathbf{b} = \mathbf{a} \times (k\mathbf{b}) = k(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \\ (\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times \mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{c} + \mathbf{b} \times \mathbf{c}, & \mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{c} \end{cases}$

●  $\mathbf{a} \neq \mathbf{0}, \mathbf{b} \neq \mathbf{0}$  のとき、 $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0} \iff \mathbf{a} // \mathbf{b}$

●  $\begin{cases} \mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_3, & \mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3 = \mathbf{e}_1, & \mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_1 = -\mathbf{e}_3, & \mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_2 = -\mathbf{e}_1, & \mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_3 = -\mathbf{e}_2 \end{cases}$

[1]  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}$  のとき、次のものを求めよ。

(1)  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  が作る平行四辺形の面積  $S$

(2)  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  に垂直な単位ベクトル  $\mathbf{c}$

(3)  $(-3\mathbf{b}) \times (2\mathbf{a})$

[2] たすきがけの公式を用いて、次の 2 つのベクトルの外積  $\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$  を計算せよ。

(4)  $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ -3 \end{bmatrix}$

(5)  $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \\ -4 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$

[3] 次の計算をせよ。

(6) (4) の  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  に対する  $(\mathbf{c}, \mathbf{a}), (\mathbf{c}, \mathbf{b})$

(7) (5) の  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  に対する  $(\mathbf{c}, \mathbf{a}), (\mathbf{c}, \mathbf{b})$

正答数  時間  :