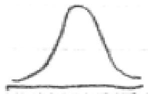
◎母比率の推定 (P103)

0か1 → 1の割合 p = 母比率　←これを推定
母集団

X = n個のデータのうち 1の個数(変数)

$\sim B(n, \boxed{p}) \doteqdot N(np,\ np(1-p))$　(n:大のとき)
(P87)

$\Rightarrow Z = \dfrac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} \sim N(0,1)$
ほぼ



$\Rightarrow$ 95%の確率で $-1.96 \leq Z \leq 1.96$

・n個のデータで 1が x 個だったとすると

$-1.96\sqrt{np(1-p)} \leq x - n\boxed{p} \leq 1.96\sqrt{np(1-p)}$
これも不明

nが大なら $p' = \dfrac{x}{n} \doteqdot p$ なので これでおきかえる(ほぼ)
今回のデータでの比　母比率

$-1.96\sqrt{np'(1-p')} \leq np - \underset{= np'}{x} \leq 1.96\sqrt{np'(1-p')}$

nで割って p'をたすと

$$p' - 1.96\sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}} \leq p \leq p' + 1.96\sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}}$$

(信頼度95%)

(P104)

例 P105 3.

$n = 400,\quad x = 160\quad p' = \dfrac{160}{400} = 0.4$

$1.96\sqrt{\dfrac{p'(1-p')}{n}} = 1.96 \times \sqrt{\dfrac{0.4 \times 0.6}{400}} = 1.96\sqrt{\dfrac{6}{10000}}$

$= \dfrac{2.45}{100} \times 1.96 = 0.048$

$\therefore \underline{0.4 - 0.048 \leq p \leq 0.4 + 0.048}$ (信頼度95%)

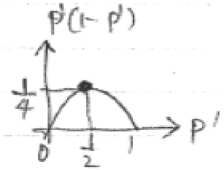
$(0.352 \leq p \leq 0.448)$

・母比率 p を精度 ±2%以内で推定(信頼度95%)するには何個のデータが必要か？

区間推定の精度 $= 1.96\sqrt{\dfrac{p'(1-p')}{n}} \leq 0.02$

$\dfrac{p'(1-p')}{n} \leq \left(\dfrac{0.02}{1.96}\right)^2$

$n \geqq p'(1-p')\left(\dfrac{1.96}{0.02}\right)^2$ —(*)



(*)がどんな p' でも成り立つためには

$n \geqq \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1.96}{0.02}\right) = \underline{2401}$ が必要　∴ほぼ2400個以上

・精度は2%のまま 信頼度を99%にすると

$n \geqq \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{2.58}{0.02}\right)^2 = \underline{4160}$

・精度は1%で 信頼度95%だと

$n \geqq \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1.96}{0.01}\right)^2 = \underline{9604}$

精度を良くする方が大変
(半分にするのに 4倍のデータがいる)