問題用紙 第 14 回

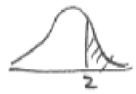
- 連続分布、連続的確率変数 X:
  - 分布関数 $F(x) = P(X \leq x)$ (x 以下の確率)，　密度関数 $f(x) = F'(x)$
  - $P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x)dx$
  - 連続分布では、$P(a \leq X \leq b) = P(a < X < b)$ $(P(X = a) = 0)$
- 正規分布 $N(m, \sigma^2)$ (平均 m, 分散 σ^2):
  - $f(x) = f_0((x-m)/\sigma)/\sigma$ が密度関数の連続分布 $(f_0(z) = e^{-z^2/2}/\sqrt{2\pi})$
  - $N(0,1)$ = 標準正規分布、密度関数 $f_0(z)$ (y 軸に関して対称)
  - $X \sim N(m, \sigma^2)$ に対し $Z = (X-m)/\sigma \sim N(0,1)$ (標準化)
  - $h(t) = P(0 \leq Z \leq t)$ の $t \geq 0$ の表 = 正規分布表

[1] 連続確率変数 X の密度関数が $f(x)$、分布関数が $F(x)$ であるとき、次の確率を (a) $f(x)$ で、(b) $F(x)$ で、それぞれ表せ。

(1) $p_1 = P(-1 \leq X \leq 3)$

(a) $p_1 = \underline{\int_{-1}^{3} f(x)dx}$, (b) $p_1 = \underline{F(3) - F(-1)}$

(2) $p_2 = P(X > 2)$

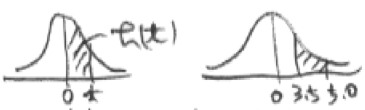


(a) $p_2 = \underline{\int_2^{\infty} f(x)dx}$, (b) $p_2 = 1 - P(X \leq 2) = \underline{1 - F(2)}$

F(2)

[2] $Z \sim N(0,1)$ のとき、次の確率を $h(t) = P(0 \leq Z \leq t)$ $(t \geq 0)$ を用いて表せ。

(3) $p_1 = P(3.5 \leq Z \leq 5.0)$

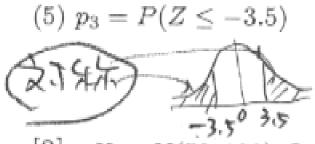


$p_1 = P(0 \leq Z \leq 5.0) - P(0 \leq Z \leq 3.5)$
$= \underline{h(5.0) - h(3.5)}$

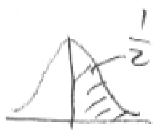
(4) $p_2 = P(-2.5 \leq Z \leq 2.5)$

$p_2 = 2 \cdot P(0 \leq Z \leq 2.5) = \underline{2h(2.5)}$

(5) $p_3 = P(Z \leq -3.5)$



$p_3 = P(Z \geq 3.5) = \frac{1}{2} - P(0 \leq Z \leq 3.5)$
$= \underline{\frac{1}{2} - h(3.5)}$



[3] $X \sim N(50, 100)$ のとき、次の問いに答えよ。

(6) X を、変数 $Z \sim N(0,1)$ を用いて表せ。

$m = 50$, $\sigma = 10$ より $\frac{X-50}{10} = Z \sim N(0,1)$ より $\underline{X = 10Z + 50}$

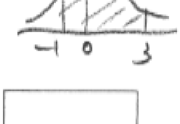
(7) 不等式 $40 \leq X \leq 80$ を Z の不等式に直せ。

(6) より $40 \leq 10Z + 50 \leq 80$ ← 50を引く
$-10 \leq 10Z \leq 30$ ← 10で割る

$\underline{-1 \leq Z \leq 3}$

(8) $p = P(40 \leq X \leq 80)$ を $h(t) = P(0 \leq Z \leq t)$ $(t \geq 0)$ を用いて表せ。

(7) より $p = P(40 \leq X \leq 80) = P(-1 \leq Z \leq 3)$
同じ



$= P(-1 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 3)$
$= \underline{h(1) + h(3)}$

正答数		時間		:	