

問題用紙 第 4 回

- 和事象、余事象の確率: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- 条件付き確率: $P_A(B) = A$ が起きる条件の元で B が起きる確率 $= \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$
- 乗法定理: $P(A \cap B) = P(A)P_A(B)$
- 事象の独立: 事象 A, B が独立 $\iff P(A \cap B) = P(A)P(B)$

[1] 1 から [9] までの番号が 1 枚ずつ書かれたカード [9] 枚からランダムに 1 枚を引く。

このとき、次の問いに答えよ (3 問)。

(1) 引いたカードの数字が奇数である事象を A , 4 以下である事象を B とするとき、 $P(A)$, $P(B)$ を求めよ。

(左) 9枚の場合。

奇数は 1, 3, 5, 7, 9 $\implies P(A) = \frac{5}{9}$

4以下は4枚 $\implies P(B) = \frac{4}{9}$

(右) 12枚の場合

奇数は 1, 3, 5, 7, 9, 11

$\implies P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

$P(B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

(2) A と B は独立か、従属か調べよ。

(左) $A \cap B$ は 1, 3 の 2枚

$P(A \cap B) = \frac{2}{9} \neq P(A)P(B)$

$\frac{20}{21}$

$\therefore A, B$ は 従属

(右) $A \cap B$ は 1, 3 の 2枚

$P(A \cap B) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} = P(A)P(B)$

$\therefore A, B$ は 独立

(3) 引いたカードの数字が奇数であることがわかっているとき、それが 4 以下である確率を求めよ。

(左) 奇数は 5枚のうち 2

$P_A(B) = \frac{2}{5}$

(又は $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{5}{9}} = \frac{2}{5}$)

(右) 奇数は 6枚のうち 2

$P_A(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(又は $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$)

[2] 次の問いに答えよ (1 問)。

(4) 事象 A と B が独立であり、 $P(A) = \frac{1}{6}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ のとき、 $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ の値を求めよ。

(左) A, B は独立のうち

$P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{24}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{24}$

$= \frac{4+6-1}{24} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$

(右) $P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{24}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{24} = \frac{4+3-1}{24} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

正答数 時間 :