2012 年 06 月 22 日
(2014 年 06 月 30 日修正)

対数グラフについて

新潟工科大学 情報電子工学科 竹野茂治

1 対数グラフ

対数グラフとは、その軸が **対数軸** であるようなグラフを指し (通常は 2 次元のグラフ)、縦横の両軸とも対数軸である **両対数グラフ** と、一方の軸のみが対数軸である **片対数グラフ** の 2 種類がある (図 1)。

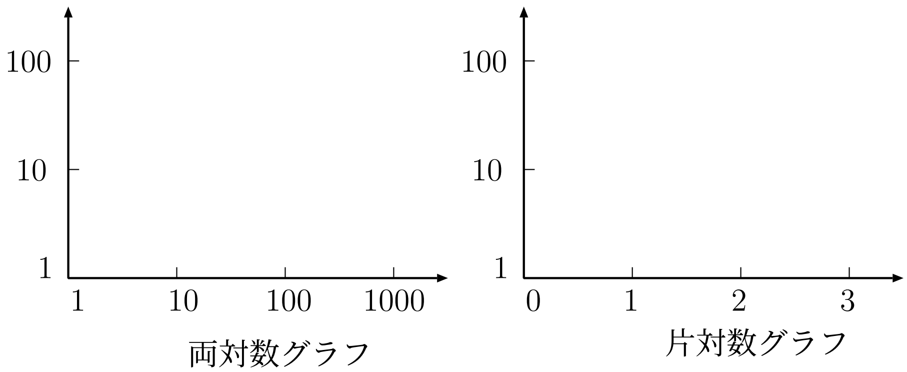

図 1: 両対数グラフと片対数グラフ

2 対数軸とは

対数軸とは、図 1 で見たように、等間隔に見ると軸の目盛りが等比数列となっているものを指す。逆に、普通の目盛りの軸を **線形軸** と呼ぶことがある。

しかし、対数軸の目盛りは「対数的」というよりもむしろ「指数的」に増えているように見えるが、なぜこれを「対数軸」と呼ぶのであろうか。

今、対数軸上の実際の値、すなわち対数軸の目盛りに沿った値を x とし、軸の目盛りとは無関係な、見かけ上の位置を X とすると (図 2)、X の増え方に対して x は指数的に増加する。例えば図 2 の場合、x と X の関係を式で表せば $x = 10^X$ となり、逆に見れば、見かけの位置 X は

$$X = \log_{10} x \tag{1}$$

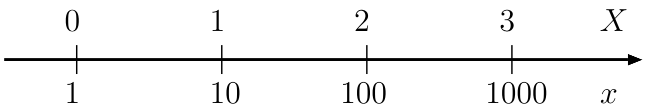

図 2: 対数軸と見かけの位置

となることになる。これによりこの軸では、「実際の値 (x) を、対数を取った見かけの位置 (X) に配置する」ことになる。例えば、100 の値は、見かけの 2 $(= \log_{10} 100)$ の場所に来る。このように、値を対数的に配置するので「対数軸」と呼ばれているのである。

なお、普通の軸でも、軸の目盛りの値を 2 倍にすれば、位置は 1/2 倍になるし (図 3)、目盛りを 2 増やせば、位置は 2 左にずれる (図 4)。

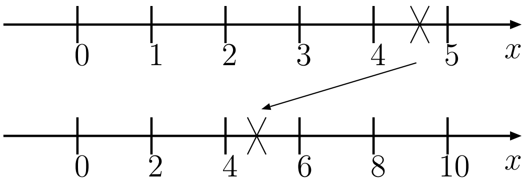

図 3: 軸の目盛りを 2 倍

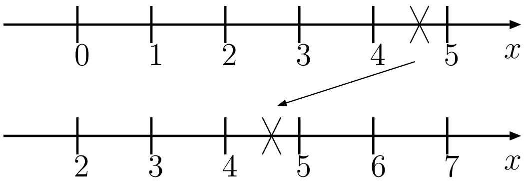

図 4: 軸の目盛りを 2 増やす

このように、軸の目盛りの値を変更することは、位置を逆に動かすことに相当するので、軸の目盛りが指数的に変化すると、見かけの位置は逆に対数的に移ることになる。

3 対数グラフの利便性

ここでは、対数グラフがどういう点に優れていて、どういう場面で使われるのかを説明する。

実験のデータ等をグラフに取っていくと、それに何らかの規則があれば、多少誤差が含まれていてもその様子がぼんやり見えてくるが、その関係が曲線である場合、それがどんな式にあてはまるのかを見い出すことは容易ではない (図 5)。

例えばそれが $y = Ax^2$ のように x^2 に比例する関係なのか、$y = Bx^3$ のように x^3 に比例する関係なのかを目で見極めることは非常に難しいし、さらにそのデータに誤差が含まれていることを考えると、それを行なうのは現実的ではない。

しかし、両対数グラフでは、実際の値 (x, y) とそのグラフ上の見かけの位置 (X, Y) には、

$$X = \log_{10} x, \quad Y = \log_{10} y$$

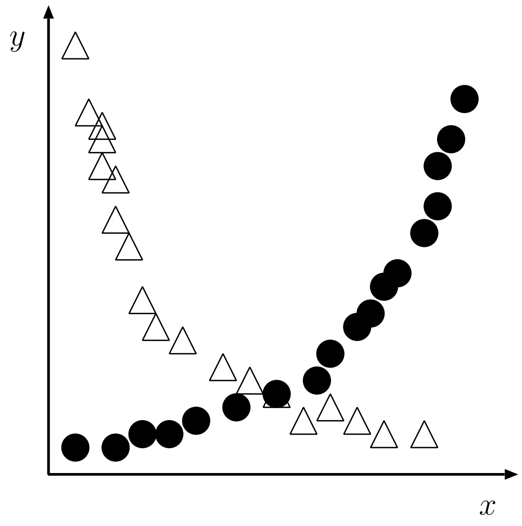

図 5: 曲線的な関係

の関係があるので、例えば $y = Ax^2$ という関係の場合、両対数グラフでの見かけの位置は

$$
\begin{aligned}
Y &= \log_{10} y = \log_{10} Ax^2 = \log_{10} A + \log_{10} x^2 = \log_{10} A + 2\log_{10} x \\
&= 2X + \log_{10} A
\end{aligned}
$$

となり、よって $y = Ax^2$ の両対数グラフでの見かけのグラフは「傾きが 2 の直線」になる。

同様に、$y = Bx^3$ も両対数グラフでは見かけは傾きが 3 の直線、$y = a/x$ という反比例関係も両対数グラフでは傾きが (-1) の直線になる (図 6)。

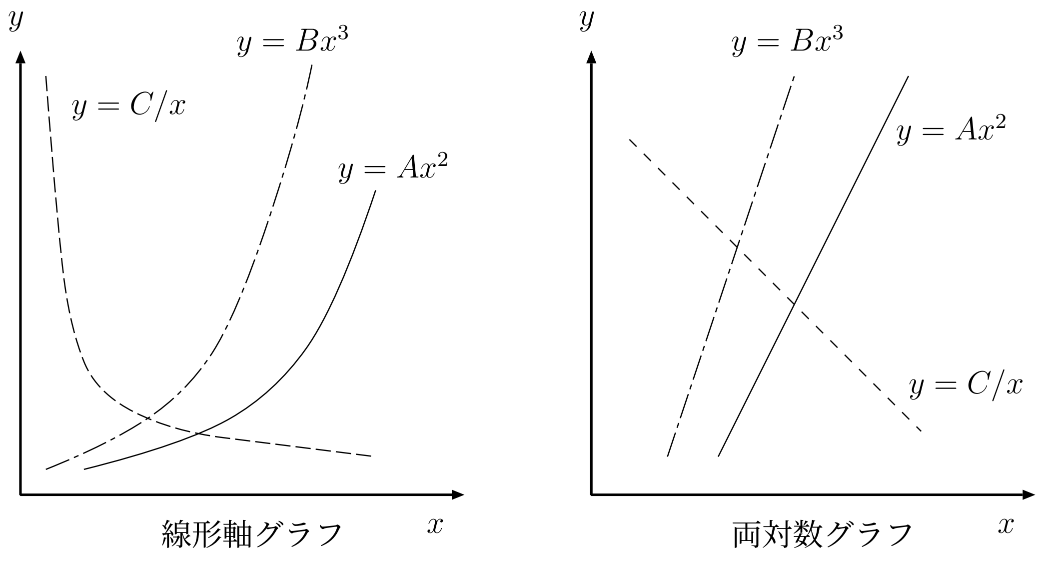

図 6: 線形軸グラフと両対数グラフ

結局 $y = Ax^{\alpha}$ の形の関係は、両対数グラフではすべて直線になり、その指数部分 (α) はその直線の傾きになるので、人間の目でもおおまかに知ることは可能になる (さらに統計的にそれを知るための「相関係数」や「回帰直線」という道具もある)。

また、自然現象、工学現象では、$y = A \times B^x$ のような指数関数の関係が現れることも多いが、この場合は、y 軸が対数軸である「片対数グラフ」で見るとその見かけの位置 (x, Y) は、

$$Y = \log_{10} y = \log_{10} A \times B^x = \log_{10} A + \log_{10} B^x = \log_{10} A + x \log_{10} B$$

となるので、片対数グラフでは傾き $\log_{10} B$ の直線になることになる。

このように、対数グラフは、工学や多くの自然現象で現れやすい $y = Ax^{\alpha}$ や $y = A \times B^x$ のような関係や、それに基づく誤差を含んだデータの関係を見極めるのに便利である。

- 両対数グラフの直線 $\Longrightarrow y = Ax^{\alpha}$ ($\alpha =$ その傾き)
- 片対数グラフの直線 $\Longrightarrow y = A \cdot B^x$ ($\log_{10} B =$ その傾き)