正答例

問題用紙 第 3 回

- 確率の性質: $0 \le P(A) \le 1,\ P(U) = 1,\ P(\emptyset) = 0$
- 和事象、余事象の確率: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B),\quad P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- 反復試行の確率:
  $P(A) = p$ の事象 A が、独立な n 回の試行のうち k 回起こる確率$= {}_n\mathrm{C}_k p^k (1-p)^{n-k}$
- 条件付き確率: $P_A(B) = A$ が起きる条件の元で B が起きる確率 $= \dfrac{n(A \cap B)}{n(A)} = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$
- 乗法定理: $P(A \cap B) = P(A)P_A(B)$

[1] 次の確率の値を求めよ (6 問)。

(1) 赤玉 4 個と白玉 3 個が入っている袋から 3 個の玉を同時に取り出すとき、少なくとも 1 個が白玉である確率

「少なくとも1個が白玉」の余事象＝「全部赤」

$$\therefore 1 - \frac{{}_4C_3}{{}_7C_3} \leftarrow \text{3つとも赤} = 1 - \frac{4}{\frac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}} = 1 - \frac{4}{35} = \underline{\frac{31}{35}} \quad ({}_4C_3 = {}_4C_1 = 4)$$

(2) 1 から 10 までの 10 枚のカードから 2 枚取ったら、偶数のカードが含まれる確率

「偶数のカードが含まれる」の余事象＝「2枚とも奇数」

2枚とも奇数

$$\therefore 1 - \frac{{}_5C_2}{{}_{10}C_2} = 1 - \frac{\frac{5\cdot4}{2\cdot1}}{\frac{10\cdot9}{2\cdot1}} = 1 - \frac{2}{9} = \underline{\frac{7}{9}}$$

(3) 10 円玉を 4 回投げたとき、そのうち 2 回が表になる確率

$${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{4\cdot3}{2\cdot1} \times \frac{1}{2^4} = \frac{3}{2^3} = \underline{\frac{3}{8}}$$

(4) 10 円玉を 6 回投げたとき、そのうち 3 回が表になる確率

$${}_6C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1} \times \frac{1}{2^6} = \frac{5}{2^4} = \underline{\frac{5}{16}}$$

$\boxed{(4) \neq (3)}$

(5) $\frac{1}{4}$ の確率で当たりがでるくじを、4 回やって 1 回以上当たる確率

「1回以上当たる」の余事象＝「全部外れ」

$$\therefore 1 - \underbrace{{}_4C_0}_{=1}\underbrace{\left(\frac{1}{4}\right)^0}_{=1} \times \left(\frac{3}{4}\right)^4 = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^4 = 1 - \frac{81}{256} = \underline{\frac{175}{256}} \quad (=0.684)$$

正答数 | 時間 :

参考:

(5)を「$\frac{1}{n}$ の確率」にして「n回やって」にすると、

その確率 $= 1 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$ は、$n \to \infty$ とすると $1 - \frac{1}{e} = 0.632\cdots$ に収束する